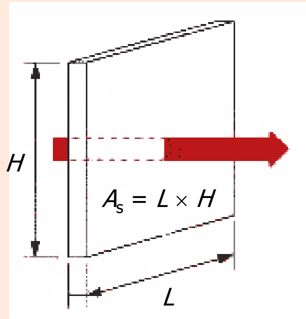
CONTROLLO TERMICO DEI SISTEMI DI CALCOLO – A.A. 2011/2012

U.08 – *Trasmissione del calore*



TRASMISSIONE DEL CALORE PER CONDUZIONE

MODALITA' DI TRASMISSIONE DEL CALORE

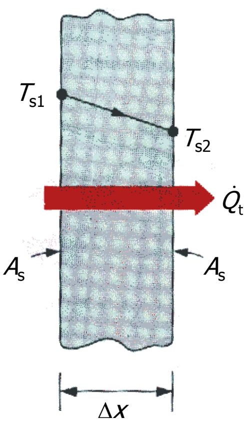
La trasmissione del calore può avvenire secondo tre modalità:
- Conduzione
- Convezione
- Irraggiamento

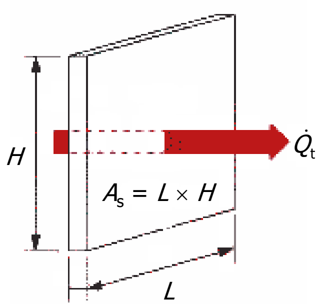
La conduzione e la convezione richiedono la presenza di un mezzo.
Soprattutto in associazione alla convezione, le modalità di scambio termico sono strettamente legate alla fluidodinamica processo; da qui nasce il concetto di "termofluidodinamica".

L'irraggiamento termico ricade nella categoria dei fenomeni elettromagnetici, e come tale non richiede la presenza di un mezzo.

L'ipotesi di stazionarietà (fenomeni indipendenti dal tempo perché riferiti condizioni medie o a condizioni limite) permette di studiare la trasmissione del calore senza eccessivo ricorso all'analisi matematica complessa.

TRASMISSIONE DEL CALORE PER CONDUZIONE





Nomenclatura

A_s = area [m^2]
Δx = spessore [m]
T = temperatura [°C]
$\Delta T = T_{s2} - T_{s1}$ = differenza di temperatura superficiale [°C]
$\dot{Q}_t$ = potenza termica trasmessa (costante) [W]
t = tempo [s]
Δt = intervallo temporale [s]
$Q_t = \dot{Q}_t \times \Delta t$ = calore trasmesso [J]

CONDUTTIVITA' TERMICA

Osservazione sperimentale 1

La potenza termica $\dot{Q}_t$ trasmessa attraverso uno strato di materiale di spessore uniforme Δx è proporzionale:

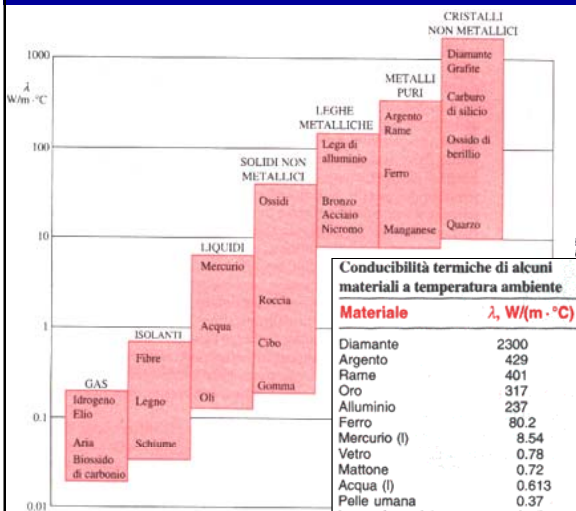
- direttamente, alla differenza di temperatura ΔT tra le superfici delimitanti lo strato
- direttamente, all'area A_s della superficie normale alla direzione di trasmissione
- inversamente, allo spessore Δx dello strato

$$\dot{Q}_t \propto A_s \cdot \frac{\Delta T}{\Delta x}$$

Introducendo una costante di proporzionalità che permetta di rispettare le dimensioni fisiche delle grandezze in gioco, si ottiene la formula:

$$\dot{Q}_t = \lambda \cdot A_s \cdot \frac{\Delta T}{\Delta x}$$

La costante di proporzionalità λ è detta (coefficiente di) conducibilità termica del materiale ed è un proprietà fisica del materiale stesso. Deve necessariamente essere espressa in W/(m·ºC) oppure in W/(m·K).



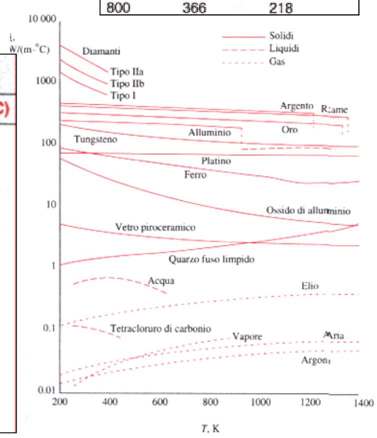
(*ÇENGEL, Termodinamica e trasmissione del calore*)

Conducibilità termiche dei materiali in funzione della temperatura

T, K	Rame λ, W/(m·°C)	Alluminio λ, W/(m·°C)
100	482	302
200	413	237
300	401	237
400	393	240
600	379	231
800	366	218

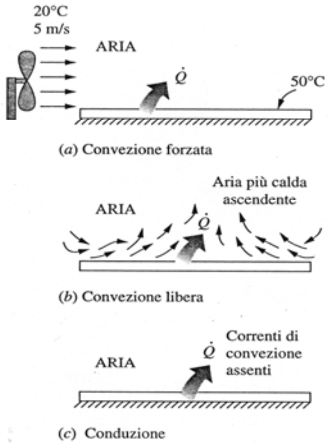
Conducibilità termiche di alcuni materiali a temperatura ambiente

Materiale	λ, W/(m·°C)
Diamante	2300
Argento	429
Rame	401
Oro	317
Alluminio	237
Ferro	80.2
Mercurio (l)	8.54
Vetro	0.78
Mattone	0.72
Acqua (l)	0.613
Pelle umana	0.37
Legno (quercia)	0.17
Elio (g)	0.152
Gomma soffice	0.13
R-12	0.072
Fibra di vetro	0.043
Aria (g)	0.026
Schiuma uretanica rigida	0.026



TRASMISSIONE DEL CALORE PER CONVEZIONE

TRASMISSIONE DEL CALORE PER CONVEZIONE



Trasmissione del calore per conduzione e convezione da una superficie calda al fluido circostante.

Convezione:
trasmissione del calore fra un solido ed un fluido (liquido o gas) in moto relativo tra loro.

Convezione forzata:
trasmissione per convezione in cui il moto del fluido è causato da forze esterne (macchine quali pompe, ventilatori, ecc.)

Convezione naturale:
trasmissione per convezione in cui il moto del fluido è indotto da forze interne al fluido stesso (spinte di galleggiamento, densità diverse all'interno del dominio, ecc.)

Convezione mista:
trasmissione per convezione in cui il moto del fluido è indotto da forze esterne ed interne che hanno pesi circa equivalenti

COEFFICIENTE DI CONVEZIONE

Osservazione sperimentale 2

La potenza termica $\dot{Q}_c$ trasmessa fra una parete solida a temperatura T_s ed un fluido che la lambisce a temperatura T_f è proporzionale:

- direttamente, alla differenza di temperatura fra parete solida e fluido
- direttamente, all'area A_s della superficie di parete lambita dal fluido

$$\dot{Q}_c \propto A_s \cdot (T_s - T_f)$$

Introducendo una costante di proporzionalità che permetta di rispettare le dimensioni fisiche delle grandezze in gioco, si ottiene la legge di Newton per la convezione:

$$\dot{Q}_c = h_c \cdot A_s \cdot (T_s - T_f)$$

La costante di proporzionalità h_c è detta coefficiente di (trasmissione del calore per) convezione, e NON è una proprietà fisica. Deve essere necessariamente espressa in W/(m²°C) oppure in W/(m²K).

COEFFICIENTE DI CONVEZIONE

Enorme problema della convezione:

non essendo il coefficiente convettivo h_c una proprietà fisica,
non è reperibile tabulato per un dato fluido o coppia materiale/fluido.

Per effettuare un calcolo analitico di h_c bisognerebbe:

- conoscere le condizioni fluidodinamiche caso per caso
- risolvere il corrispondente sistema di equazioni differenziali di governo
- utilizzare complessi modelli matematici in caso di regime turbolento

Viene in soccorso (si fa per dire…) l'analisi dimensionale, che permette di ricondurre a raggruppamenti adimensionali, e quindi non collegati al singolo problema, le variabili che governano i fenomeni in gioco.

$$Nu = \frac{h_c \cdot L}{\lambda} = f\left(Re^a, Pr^b, Gr^c\right) = f\left[\left(\frac{\rho \cdot W \cdot L}{\mu}\right)^a, \left(\frac{\nu}{\alpha}\right)^b, \left(\frac{g \cdot \beta \cdot \delta^3 \cdot \Delta T}{\nu^2}\right)^c\right]$$

Il valore del numero di Nusselt (Nu), espressione adimensionale del coefficiente di convezione (h_c), può essere calcolato, tramite relazioni di derivazione empirica, a partire dal valore assunto nel problema in esame dai gruppi adimensionali costituiti dai numeri di Reynolds (Re), Grashof (Gr) e Prandtl (Pr).

COEFFICIENTE DI CONVEZIONE

Fortunatamente, molti problemi sono talmente ripetitivi da garantire che il corrispondente coefficiente di convezione h_c possa essere assunto come noto sperimentalmente, con una precisione accettabile per la maggior parte delle applicazioni.

Coefficienti di convezione su superfici di edifici

Coefficiente di convezione sulle superfici interne delle pareti edili ($h_c = h_{ci}$):
- per flusso di calore ascendente h_{ci} = 5.0 W/(m²K)
- per flusso di calore orizzontale h_{ci} = 2.5 W/(m²K)
- per flusso di calore discendente h_{ci} = 0.7 W/(m²K)

Coefficiente di convezione sulle superfici esterne delle pareti edili ($h_c = h_{ce}$):
- $h_{ce} = 4 + 4 \cdot v$ [W/(m²K)]

ove

v velocità del vento [m/s]

COEFFICIENTE DI CONVEZIONE

…

TRASMISSIONE DEL CALORE PER IRRAGGIAMENTO

TRASMISSIONE DEL CALORE PER IRRAGGIAMENTO

Tra due superfici reciprocamente in vista può essere scambiata energia sotto forma di radiazione elettromagnetica, che si trasmette attraverso il mezzo interposto purché trasparente alla radiazione (come, ad esempio, l'aria e la maggior parte gas), oppure anche attraverso il vuoto.

Lunghezza d'onda e frequenza della radiazione elettromagnetica sono tra loro collegate dalla relazione:

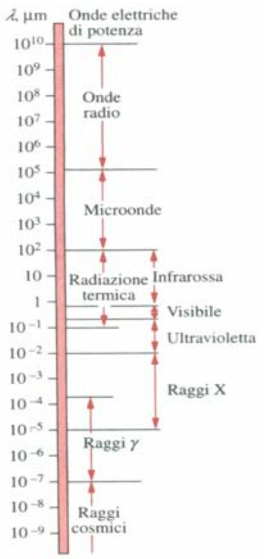
$$\lambda = \frac{c}{f}$$

ove

λ lunghezza d'onda [m]

f frequenza [Hz]

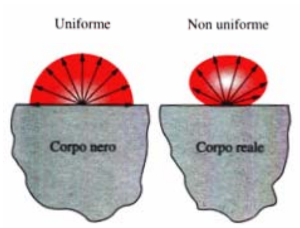
c velocità della luce nel mezzo [m/s]



TRASMISSIONE DEL CALORE PER IRRAGGIAMENTO

Si assume un termine di riferimento ideale, il corpo nero:

- perfetto emettitore: emette la massima potenza termica per una data temperatura e lunghezza d'onda
- perfetto assorbitore: assorbe tutta la radiazione che lo investe
- emettitore diffuso



(*ÇENGEL, Termodinamica e trasmissione del calore*)

Legge di Stefan-Boltzmann (per il corpo nero):

$$E_n = \sigma \cdot T^4$$

ove

E_n potere emissivo di corpo nero [W/m²]

T temperatura termodinamica assoluta [K]

σ costante di Stefan-Boltzmann [$5.67 \cdot 10^{-8}$ W/(m²·K⁴)]

CONTROLLO TERMICO DEI SISTEMI DI CALCOLO – A.A. 2011/2012

TRASMISSIONE DEL CALORE PER IRRAGGIAMENTO

Legge della distribuzione di Planck (per il corpo nero):

$$E_{n,\lambda} = \frac{C_1}{\lambda^5 \cdot \left[exp\left(\frac{C_2}{\lambda \cdot T} \right) - 1 \right]}$$

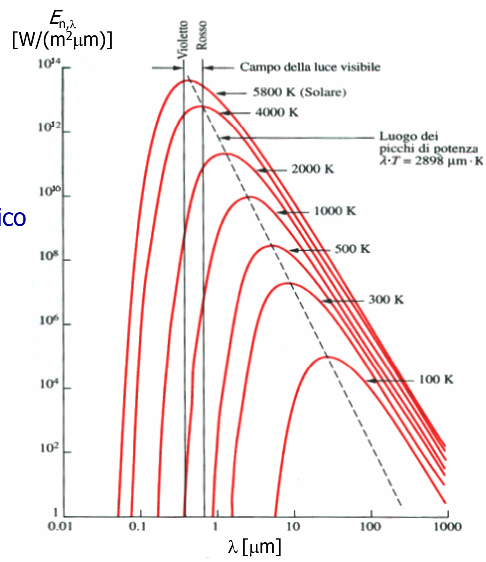
ove

$E_{n,\lambda}$ potere emissivo monocromatico di corpo nero [W/(m²μm)]

λ lunghezza d'onda [μm]

T temperatura [K]

C_1, C_2 costanti



Legge dello spostamento di Wien (per il corpo nero):

$$(\lambda \cdot T)_{E_{n,\lambda,max}} = 2897.8 \quad \mu m \cdot K$$

PROPRIETA' RADIATIVE SUPERFICIALI

Emissività

$$\varepsilon(T) = \frac{E(T)}{E_n(T)} = \frac{E(T)}{\sigma \cdot T^4}$$

ove

$E(T)$ potere emissivo della superficie considerata [W/m²]

Coefficienti di assorbimento (α), riflessione (ρ) e trasmissione (τ)

$$\alpha = \frac{G_a}{G} \quad \rho = \frac{G_r}{G} \quad \tau = \frac{G_t}{G}$$

ove

G radiazione totale incidente (irradiazione) [W/m²]

G_a parte assorbita dell'irradiazione [W/m²]

G_r parte riflessa dell'irradiazione [W/m²]

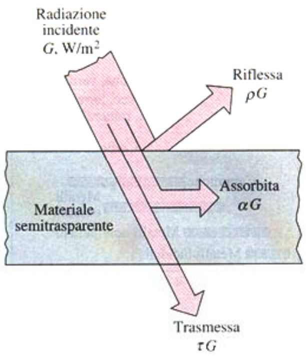
G_t parte trasmessa dell'irradiazione [W/m²]

con

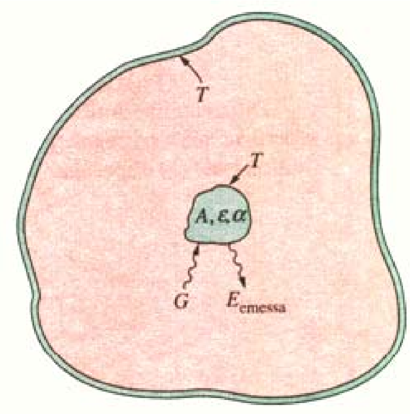
$$\alpha + \rho + \tau = 1$$

Per i corpi neri: $\alpha = 1,\ \rho = 0,\ \tau = 0$

Per i corpi opachi: $\tau = 0,\ \alpha + \rho = 1 \Leftrightarrow \rho = 1 - \alpha$



PROPRIETA' RADIATIVE SUPERFICIALI



$$G_{assorbita}(T) = \alpha \cdot \sigma \cdot T^4$$

$$E_{emessa}(T) = \varepsilon \cdot \sigma \cdot T^4$$

$$A \cdot \alpha \cdot \sigma \cdot T^4 = A \cdot \varepsilon \cdot \sigma \cdot T^4$$

Legge di Kirchhoff

$$\varepsilon(T) = \alpha(T)$$

TRASMISSIONE DEL CALORE PER IRRAGGIAMENTO

Un corpo opaco con temperatura superficiale T_s, area superficiale A_s ed emissività ε, inserito all'interno di ambiente molto più grande e delimitato da superfici poste a temperatura uniforme T_a, scambia con dette superfici una potenza termica per irraggiamento valutabile tramite secondo la relazione:

$$\dot{Q}_r = A_s \cdot \varepsilon \cdot \sigma \cdot \left(T_s^4 - T_a^4\right)$$

Similmente accade per la potenza termica scambiata tra una porzione della superficie interna della cavità e le restanti superfici, oppure tra un corpo e l'atmosfera.

La relazione può essere linearizzata considerando che $(a^2 - b^2)=(a + b)\cdot(a - b)$:

$$\dot{Q}_r = A_s \cdot \varepsilon \cdot \sigma \cdot \left(T_s^2 + T_a^2\right) \cdot \left(T_s + T_a\right) \cdot \left(T_s - T_a\right) \cong A_s \cdot \varepsilon \cdot \sigma \cdot 4 \cdot T_m^3 \cdot \left(T_s - T_a\right)$$

ove T_m è la temperatura media aritmetica della superficie e del contorno:

$$T_m = \left(T_s + T_a\right)/2$$

COEFFICIENTE DI SCAMBIO TERMICO PER IRRAGGIAMENTO

$$\dot{Q}_r = A_s \cdot \varepsilon \cdot \sigma \cdot \left(T_s^4 - T_a^4\right) \cong A_s \cdot h_r \cdot \left(T_s - T_a\right)$$

Nella relazione si è introdotto un coefficiente di scambio termico per irraggiamento h_r, dimensionalmente omogeneo al coefficiente di scambio termico per convezione:

$$h_r = \varepsilon \cdot h_{r,max} = \varepsilon \cdot \sigma \cdot 4 \cdot T_m^3$$

ove

$h_{r,max}$ coefficiente di scambio termico per un corpo nero [W/(m²K)]

ε emissività della superficie (≈0.9 per superfici non metalliche)

T_m [°C]	$h_{r,max}$ [W/(m²K)]	$0.9 \cdot h_{r,max}$ [W/(m²K)]
-10	4.13	3.72
0	4.62	4.16
10	5.15	4.63
20	5.71	5.14
30	6.32	5.69

TRASMISSIONE PER CONVEZIONE E IRRAGGIAMENTO

Potenza scambiata per irraggiamento termico tra una superficie e l'ambiente circostante:

$$\dot{Q}_r = h_r \cdot A_s \cdot (T_s - T_a)$$

Potenza termica scambiata per convezione tra una superficie e l'aria ambiente circostante ($T_f \approx T_a$):

$$\dot{Q}_c = h_c \cdot A_s \cdot (T_s - T_a)$$

Potenza termica complessivamente scambiata per convezione e irraggiamento:

$$\dot{Q} = \dot{Q}_r + \dot{Q}_c = h_r \cdot A_s \cdot (T_s - T_a) + h_c \cdot A_s \cdot (T_s - T_a) =$$
$$= h \cdot A_s \cdot (T_s - T_a)$$

Il coefficiente h (in norme e manuali indicato anche con il simbolo α) è detto coefficiente di adduzione (o liminare).

Con tale coefficiente, oppure con il suo inverso R_s, detto resistenza superficiale (in norme e manuali indicata anche con il simbolo R_s''), si tiene conto degli incrementi di h_c dovuti alle interazioni per irraggiamento termico fra superficie solida considerata ed ambiente circostante.

$$h = h_c + h_r = \frac{1}{R_s}$$

RESISTENZE SUPERFICIALI IN EDILIZIA

Superfici in aria calma (all'interno di locali)	R_{si} [m²K/W]	α_i [W/(m²K)]
sup. orizzontale, flusso termico ascendente (soffitto, lato interno)	0.10	10
sup. verticale, flusso termico orizzontale (muro, lato interno)	0.13	7.69
sup. orizzontale, flusso termico discendente (pavimento, lato interno)	0.17	5.88
Superfici verso l'esterno ($v \leq 4$ m/s)	R_{se} [m²K/W]	α_e [W/(m²K)]
tutte le superfici (lato esterno soffitto, pavimento, muro)	0.04	25
Superfici verso l'esterno ($v > 4$ m/s)	R_{se} [m²K/W]	α_e [W/(m²K)]
tutte le superfici (lato esterno soffitto, pavimento, muro)	$1/(8.16+4 \cdot v)$	$8.16+4 \cdot v$

Ai fini del calcolo di R_s (o di α), si assume:
$\varepsilon_i \approx 0.9$, T_{mi} = 20°C, $\varepsilon_e \approx 0.9$, T_{me} = 0°C, v = 4 m/s

ANALOGIA ELETTROTERMICA

ANALOGIA ELETTROTERMICA

Come in elettrotecnica $I = \frac{\Delta V}{R_e}$ (legge di Ohm),

così in trasmissione del calore $\dot{Q} = \frac{\Delta T}{R_t}$

Conduzione (attraverso una parete piana): $\dot{Q}_t = \lambda \cdot A_s \cdot \frac{(T_{s1} - T_{s2})}{\Delta x} = \frac{T_{s1} - T_{s2}}{R_t}$

da cui l'espressione della resistenza termica conduttiva per parete piana:

$$R_t = \frac{\Delta x}{\lambda \cdot A_s} \qquad [°c/w]$$

Adduzione (su una superficie solida): $\dot{Q}_{c+r} = h \cdot A_s \cdot (T_s - T_a) = \frac{T_s - T_a}{R_s}$

da cui l'espressione della resistenza termica superficiale (totale):

$$R_s = \frac{1}{h \cdot A_s} \qquad [°c/w]$$

ANALOGIA ELETTROTERMICA: RESISTENZE IN SERIE

Seguendo l'analogia elettrotermica, le resistenze termiche possono essere disposte in serie e/o in parallelo, andando così a costituire una resistenza totale equivalente.

$$\dot{Q} = \frac{\Delta T}{R_{tot}}$$

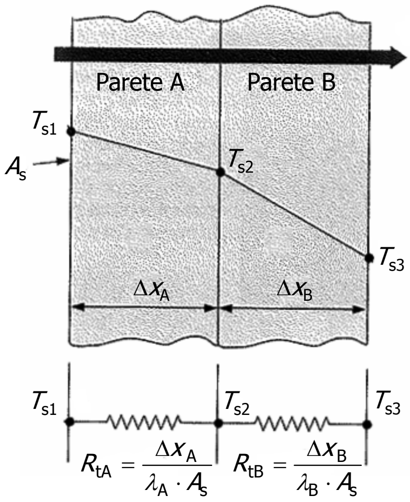
Per una parete piana a due strati:

$$R_{tot} = \frac{\Delta x_A}{\lambda_A \cdot A_s} + \frac{\Delta x_B}{\lambda_B \cdot A_s}$$

$$\Delta T = T_{s1} - T_{s3}$$

In generale, per una parete multistrato:

$$R_{tot} = \sum_{j=A,B,\ldots} R_{tj} = \sum_{j=A,B,\ldots} \frac{\Delta x_j}{\lambda_j \cdot A_s}$$



ANALOGIA ELETTROTERMICA: RESISTENZE IN SERIE

Seguendo l'analogia elettrotermica, le resistenze termiche possono essere disposte in serie e/o in parallelo, andando così a costituire una resistenza totale equivalente.

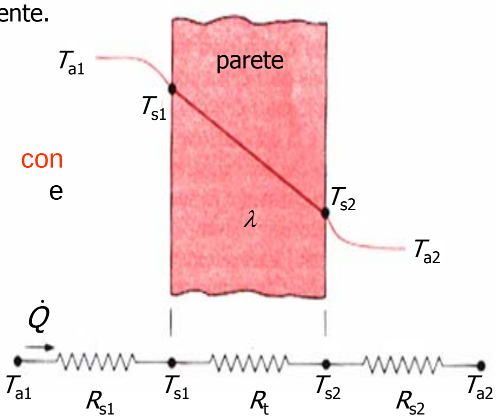
$$\dot{Q} = \frac{\Delta T}{R_{tot}}$$

Per una parete piana monostrato con adduzione (convezione e irraggiamento) su entrambi i lati:

$$R_{tot} = R_{s1} + R_t + R_{s2} =$$

$$= \frac{1}{h_1 \cdot A_s} + \frac{\Delta x}{\lambda \cdot A_s} + \frac{1}{h_2 \cdot A_s}$$

$$\Delta T = T_{a1} - T_{a2}$$



ANALOGIA ELETTROTERMICA: RESISTENZE IN PARALLELO

Per una parete piana a due strati orizzontali (superficie di separazione adiabatica):

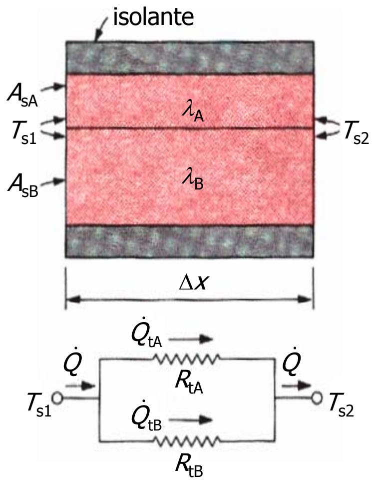
$$\dot{Q} = \frac{\Delta T}{R_{tot}}$$

ove

$$\frac{1}{R_{tot}} = \frac{1}{R_{tA}} + \frac{1}{R_{tB}}$$

$$\Rightarrow R_{tot} = \frac{R_{tA} \cdot R_{tB}}{R_{tA} + R_{tB}} = \frac{\Delta x}{\lambda_A \cdot A_{sA} + \lambda_B \cdot A_{sB}}$$

$$\Delta T = T_{s1} - T_{s2}$$



Infatti, si può verificare che:

$$\dot{Q} = \dot{Q}_{tA} + \dot{Q}_{tB} = \frac{T_{s1} - T_{s2}}{R_{tA}} + \frac{T_{s1} - T_{s2}}{R_{tB}}$$

ANALOGIA ELETTROTERMICA: GEOMETRIA CILINDRICA

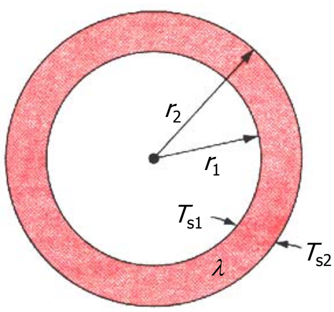
Per una parete cilindrica monostrato con adduzione (con lunghezza L):

$$\dot{Q} = \frac{\Delta T}{R_{tot}}$$

ove

$$R_{tot} = R_{s1} + R_t + R_{s2}$$

$$\Delta T = T_{a1} - T_{a2}$$



Resistenza termica per conduzione attraverso uno strato cilindrico:

$$R_t = \frac{\ln(r_2/r_1)}{2 \cdot \pi \cdot \lambda \cdot L} \quad [°c/w]$$

Resistenze termiche per adduzione su una superficie cilindrica

$$R_{s1} = \frac{1}{h_1 \cdot A_{s1}} = \frac{1}{h_1 \cdot (2 \cdot \pi \cdot r_1 \cdot L)} \quad [°c/w]$$

$$R_{s2} = \frac{1}{h_2 \cdot A_{s2}} = \frac{1}{h_2 \cdot (2 \cdot \pi \cdot r_2 \cdot L)} \quad [°c/w]$$